

LA PLUS SIMPLE DEMONSTRATION DU DERNIER THEOREME DE FERMAT

Vasil MANEV

INTRODUCTION

Le travail d'Andrew Wiles qui démontre le dernier théorème de Fermat publié dans l'ouvrage « *Courbes elliptiques modulaires et le dernier théorème de Fermat* » [1] provoque la question:

Etait-ce la preuve qu'avait à l'esprit Pierre de Fermat, quand en 1637, à la marge du livre de Diophante [2], il avait écrit en latin [3]:

« Il est impossible de partager soit un cube en deux cubes, soit un bicarré en deux bicarrés, soit, en général, une puissance quelconque supérieure au carré en deux puissances de même degré : j'en ai découvert une démonstration véritablement merveilleuse que cette marge est trop étroite pour contenir ».

De toute évidence, la méthode indirecte extrêmement complexe de construction de la preuve du théorème utilisée par Andrew Wiles, ne correspond pas au niveau de connaissances mathématiques de la première moitié du 17ème siècle. Par conséquent, la question « Quelle preuve avait à l'esprit Pierre de Fermat? » continuera à exciter la communauté mathématique, avant qu'une véritable preuve du dernier théorème de Fermat ne réponde à cette question.

Serait-il possible, vu que pendant plus de 358 ans aucune d'autre preuve n'a pas été trouvée? D'un autre côté, il est également possible que Pierre de Fermat n'ait pas trouvé la preuve du théorème, comme on le suppose dans l'ouvrage [4], page 5:

"Il a assuré d'avoir découvert une démonstration merveilleuse. Des doutes dus à diverses raisons existent. Tout d'abord, cette note a été publiée sans son autorisation par son fils après la mort de Fermat. Ensuite, dans sa correspondance ultérieure Fermat évoque le cas pour $n = 3$ et 4 , sans mentionner cette preuve alléguée. Il est possible que ce fut un commentaire impromptu que Fermat avait omis d'effacer".

Ce commentaire est logiquement intenable car:

- Pierre de Fermat ne savait pas qu'après sa mort sa vie et ses notes provoqueraient d'intérêt.
- Il a été engagé en mathématiques dans son temps libre.
- Après sa mort, il n'y avait aucun moyen de demander sa permission pour publier ses notes.

- Le fait de discuter le cas pour $n = 3$ et $n = 4$ dans sa correspondance, après avoir découvert son théorème, ne signifie pas qu'il n'avait pas trouvé **une merveilleuse démonstration** du même. Dans une correspondance chacun peut discuter de tout, en fonction de la situation.

Tenant compte du fait que Pierre de Fermat est un mathématicien de génie, il est tout à fait possible qu'il ne se fut pas trompé et d'avoir eu trouvé « **une démonstration véritablement merveilleuse** » de son théorème.

Si son théorème serait prouvé par des raisonnements n'utilisant que les propriétés arithmétiques et algébriques des entiers déjà connues de son temps, cela signifierait que tout écrit jusqu'à présent dans le domaine de la preuve du dernier théorème de Fermat est incorrect.

Comme l'équation diophantienne $a^n + b^n = c^n$ est insoluble en règle général, il suit:
Si Pierre de Fermat avait découvert « une démonstration véritablement merveilleuse » du théorème, dans l'équation $a^n + b^n = c^n$ il n'avait donc pas découvert l'équation diophantienne, mais une chose différente.

Dans le contenu suivant les nombres naturels (variables) se traduiront par **1, 2, 3, 4, 5 . .**

Le *Théorème de Pythagore* peut être exprimé sous la forme suivante:

Pour $n = 2$, il y a des nombres naturels (a, b, c), pour lesquels l'équation est vraie $a^n + b^n = c^n$.

ou sous la forme:

Pour $n = 2$, il y a des nombres naturels (a, b, c), pour lesquels l'équation est vraie $c^n - (a^n + b^n) = 0$

le dernier *théorème de Fermat* peut être exprimé sous la forme suivante:

Pour $n > 2$, n'existent pas de nombres naturels (a, b, c), pour lesquels l'équation est vraie $c^n - (a^n + b^n) = 0$.

Par le *dernier théorème de Fermat* il en résulte que pour $n > 2$ est vrai

$$c^n - (a^n + b^n) \neq 0$$

Nous pouvons réunir les deux équations $c^n - (a^n + b^n) = 0$ et $c^n - (a^n + b^n) \neq 0$ comme suit:

$$c^n - (a^n + b^n) = m$$

(1)

Où pour $n = 2$ est vrai $m = 0$ et pour $n > 2$ est vrai $m \neq 0$.

Il est à noter que, dans (1) où nous avons combiné les deux équations (*Pythagore et Fermat*) dans une équation, quand n , $n = 2$ et $n > 2$ changent, les m , $m = 0$ et $m \neq 0$ changent également.

La question se pose:

N'y a-t-il une dépendance fonctionnelle entre n et $m = c^n - (a^n + b^n)$, soit $f(n) = c^n - (a^n + b^n)$ où indépendamment du choix des nombres naturels (a, b, c), à chaque valeur de n correspond une seule valeur de $f(n)$, et vice versa, à chaque valeur de $f(n)$ correspond une valeur unique de n ?

Exemple 1 :

Soit $(a, b, c) = (3, 4, 5)$.

Il est vrai:

$$3^2 + 4^2 = 5^2 \text{ et } 5^2 - (3^2 + 4^2) = 0$$

$$3^3 + 4^3 < 5^3 \text{ et } 5^3 - (3^3 + 4^3) = 34$$

$$3^4 + 4^4 < 5^4 \text{ et } 5^4 - (3^4 + 4^4) = 288$$

.....
A partir de cet exemple, on voit que pour les nombres naturels $(a, b, c) = (3, 4, 5)$ nous recevons:
 $f(2) = 0; f(3) = 34; f(4) = 288; \dots; f(n) = m; \dots$

Il est évident que la corrélation entre n et $f(n)$ est univoque de façon mutuelle.

Exemple 2:

Pour $(a, b, c) = (3, 4, 5)$.

Il est vrai:

$$9^2 + 40^2 = 41^2 \text{ et } 41^2 - (9^2 + 40^2) = 0$$

$$9^3 + 40^3 < 41^3 \text{ et } 41^3 - (9^3 + 40^3) = 4192$$

$$9^4 + 40^4 < 41^4 \text{ et } 41^4 - (9^4 + 40^4) = 259200$$

.....
A partir de cet exemple, on voit que pour $(a, b, c) = (9, 40, 41)$ est vrai:

$$f(2) = 0; f(3) = 34; f(4) = 288; \dots; f(n) = m; \dots$$

Il est évident que la corrélation entre n et $f(n)$ est univoque de façon mutuelle

Sur les deux exemples (et tous les autres exemples que nous pouvons examiner) peut être vu:

- entre n et $f(n)$ existe une corrélation mutuelle univoque, quel que soit le choix des nombres naturels (a, b, c) .
- Lors de la modification des nombres naturels (a, b, c) , les valeurs de $f(n)$ changent également, mais la correspondance mutuelle entre n et $f(n)$ est retenue sans ambiguïté.
- Lorsque pour $n = 2$ est vrai $c^n - (a^n + b^n) = 0$, et la valeur de n augmente, la différence $c^n - (a^n + b^n)$ est en croissance et il n'y a aucun moyen d'obtenir l'égalité $a^n + b^n = c^n$ pour $n > 2$, quel que soit le choix des nombres naturels (a, b, c) .

Il en résulte :

Le dernier théorème de Fermat peut être exprimé en fonction comme suit:

$$f(n) = c^n - (a^n + b^n) \tag{2}$$

où le n est un nombre entier positif, qui est exécuté avec $n \geq 2$.

Il est possible que Pierre de Fermat visait la fonction (2) et non l'équation diophantienne $a^n + b^n = c^n$, car (comme on le verra ci-après) si (2) serait utilisé, nous pourrions obtenir « **une démonstration véritablement merveilleuse** » du dernier théorème de Fermat.

Cela signifierait aussi que Pierre de Fermat avait découvert le phénomène de «**fonction**» en 1637, avant Leibniz (1670).

Ce travail offre la preuve du dernier théorème de Fermat, en utilisant la fonction (2), mais exprimée grâce aux **propriétés arithmétiques et algébriques connues à l'époque** de Pierre de Fermat, afin de montrer deux choses:

- le dernier théorème de Fermat peut être prouvé avec des connaissances en mathématiques de l'époque de Pierre de Fermat.

- Pierre de Fermat n'avait pas menti, ni commis une erreur, ni fantasmé, quand il avait affirmé d'avoir trouvé « **une démonstration véritablement merveilleuse** » de son théorème.

Ils existent des nombres naturels (a, b, c) , pour lesquels l'équation est vraie

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad (3)$$

Exemple :

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

Si (a, b, c) sont des nombres naturels aléatoires, l'une de ces trois dépendances est toujours vraie :

$$a^2 + b^2 < c^2 \quad (4)$$

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad (5)$$

$$a^2 + b^2 > c^2 \quad (6)$$

Nous pouvons exprimer les dépendances (4), (5) et (6) de la manière suivante :

$$c^2 - (a^2 + b^2) > 0$$

$$c^2 - (a^2 + b^2) = 0$$

$$c^2 - (a^2 + b^2) < 0$$

et de les unir en une seule dépendance :

$$c^2 - (a^2 + b^2) = m \quad (7)$$

où le m peut être: $m > 0$; $m = 0$; $m < 0$.

La dépendance (7) est un cas particulier de la relation (1) parce que (7) est obtenue à partir de (1), pour $n = 2$.

Plan de la démonstration :

Chapitre 1: Pour les nombres naturels (a, b, c) est vrai $a^2 + b^2 < c^2$.

Chapitre 2: Pour les nombres naturels (a, b, c) est vrai $a^2 + b^2 = c^2$.

Chapitre 3: Pour les nombres naturels (a, b, c) est vrai $a^2 + b^2 > c^2$.

Chapitre 4: Preuve du dernier théorème de Fermat sous réserve que pour les nombres naturels (a, b, c) la fonction $f(n) = c^n - (a^n + b^n)$ soit vrai

Chapitre 5: Conclusion.

Si nous utilisons directement la fonction (2), la preuve du dernier théorème de Fermat sera présentée sur quelques pages (voir le contenu suivant), mais tout d'abord, nous avons un objectif différent :

Démontrer que, dans tous les cas, l'équation

$$f(n) = c^n - (a^n + b^n) \quad (8)$$

est une fonction de n , où la corrélation entre n et $f(n)$ est mutuellement univoque, quel que soit le choix des nombres naturels (a, b, c) .

CHAPITRE 1

POUR LES NOMBRES NATURELS (a, b, c) EST VRAIE $a^2 + b^2 < c^2$.

Théorème 1.1

Si pour les nombre naturels (a, b, c) est vrai $a^2 + b^2 < c^2$, donc pour chaque $n > 2$ est vrai $a^n + b^n < c^n$ mais n'est pas vrai $a^n + b^n = c^n$.

Preuve :

Multiplier les deux côtés d'inéquation $a^2 + b^2 < c^2$ par c^{n-2} pour recevoir

$$a^2 \cdot c^{n-2} + b^2 \cdot c^{n-2} < c^2 \cdot c^{n-2} \quad (9)$$

Multiplier les deux côtés d'inéquation $a^{n-2} < c^{n-2}$ par a^2 pour recevoir

$$a^2 \cdot a^{n-2} < a^2 \cdot c^{n-2}$$

Multiplier les deux côtés d'inéquation $b^{n-2} < c^{n-2}$ par b^2 pour recevoir

$$b^2 \cdot b^{n-2} < b^2 \cdot c^{n-2}$$

Comme $a^2 \cdot a^{n-2} < a^2 \cdot c^{n-2}$ et $b^2 \cdot b^{n-2} < b^2 \cdot c^{n-2}$, en remplaçant dans (9), $a^2 \cdot c^{n-2}$ par $a^2 \cdot a^{n-2}$ et $b^2 \cdot c^{n-2}$ par $b^2 \cdot b^{n-2}$ nous recevons l'inéquation plus intensif

$$a^2 \cdot a^{n-2} + b^2 \cdot b^{n-2} < c^2 \cdot c^{n-2} \quad (10)$$

Il en résulte du (10) que:

- Pour $n > 2$ est vrai $a^n + b^n < c^n$.
- En augmentant la valeur de n , l'inéquation $a^n + b^n < c^n$ s'intensifie et à chaque valeur de n correspond une seule valeur de $c^n - (a^n + b^n)$.
- Pour $n > 2$ n'est pas vrai $a^n + b^n = c^n$.
- La corrélation mutuelle univoque entre n et $c^n - (a^n + b^n)$ est représentée par la fonction $f(n) = c^n - (a^n + b^n)$.

Exemple:

Soit $(a, b, c) = (3, 5, 7)$.

Il est vrai :

$$3^2 + 5^2 < 7^2 \text{ et } 7^2 - (3^2 + 5^2) = 15$$

$$3^3 + 5^3 < 7^3 \text{ et } 7^3 - (3^3 + 5^3) = 191$$

$$3^4 + 5^4 < 7^4 \text{ et } 7^4 - (3^4 + 5^4) = 1695$$

.....

Cet exemple démontre que $(a, b, c) = (3, 5, 7)$ pour les nombres naturels résulte :

$$f(2) = 15; f(3) = 191; f(4) = 1695; \dots; f(n) = m; \dots$$

il est évident que pour le cas $a^2 + b^2 < c^2$ la corrélation entre n et $f(n)$ est univoque de la façon mutuelle.

CHAPITRE 2

POUR LES NOMBRES NATURELS (a, b, c) EST VRAIE $a^2 + b^2 = c^2$.

Théorème 2.1

Si pour les nombre naturels (a, b, c) est vrai $a^2 + b^2 = c^2$, donc pour chaque $n > 2$ est vrai $a^n + b^n < c^n$ mais n'est pas vrai $a^n + b^n = c^n$.

Preuve :

De l'équation $a^2 + b^2 = c^2$ suit que $a^2 < c^2$; $b^2 < c^2$ et $a < c$; $b < c$.

Dans ce cas pour $n > 2$ est vrai:

$$a^{n-2} < c^{n-2} \quad (11)$$

$$b^{n-2} < c^{n-2} \quad (12)$$

Multiplier les deux côtés d'inéquation (11) par a^2 , et les deux côtés de (12) par b^2 , et recevoir

$$a^2 \cdot a^{n-2} < a^2 \cdot c^{n-2} \quad (13)$$

$$b^2 \cdot b^{n-2} < b^2 \cdot c^{n-2} \quad (14)$$

Ajouter les côtés gauches aux côtés droits des (13) et (14), pour recevoir

$$a^2 \cdot a^{n-2} + b^2 \cdot b^{n-2} < a^2 \cdot c^{n-2} + b^2 \cdot c^{n-2} \quad (15)$$

Multiplier les deux côtés d'inéquation $a^2 + b^2 = c^2$ par c^{n-2} , et recevoir

$$a^2 \cdot c^{n-2} + b^2 \cdot c^{n-2} = c^2 \cdot c^{n-2} \quad (16)$$

Remplacer le côté droit de (15) par son égalité de (16), et recevoir

$$a^2 \cdot a^{n-2} + b^2 \cdot b^{n-2} < c^2 \cdot c^{n-2} \quad (17)$$

de (17) résulte:

- pour $n > 2$ est vrai $a^n + b^n < c^n$.
- En augmentant le n , l'inéquation $a^n + b^n < c^n$ s'intensifie où à chaque valeur du n correspond une seule valeur de $c^n - (a^n + b^n)$.
- Pour $n > 2$ n'est pas vrai $a^n + b^n = c^n$.
- La corrélation mutuelle univoque entre n et $c^n - (a^n + b^n)$ est présentée par la fonction $f(n) = c^n - (a^n + b^n)$.

Exemple :

Soit $(a, b, c) = (3, 4, 5)$.

Il est vrai:

$$3^2 + 4^2 = 5^2 \text{ et } 5^2 - (3^2 + 4^2) = 0$$

$$3^3 + 4^3 < 5^3 \text{ et } 5^3 - (3^3 + 4^3) = 34$$

$$3^4 + 4^4 < 5^4 \text{ et } 5^4 - (3^4 + 4^4) = 288$$

.....

Cet exemple démontre que $(a, b, c) = (3, 4, 5)$ pour les nombres naturels résulte :

$$f(2) = 0; f(3) = 34; f(4) = 288; \dots; f(n) = m; \dots$$

il est évident que pour le cas $a^2 + b^2 = c^2$ la corrélation entre n et $f(n)$ est univoque de la façon mutuelle.

Lemme 2.1

Si pour les nombre naturels s et q est vrai $s > q$, quant la valeur de n augmente, la différence entre $s^n - q^n$ augmente aussi.

Preuve :

Comme $s > q$, nous marquons:

$$s^1 - q^1 = p_1$$

$$s^2 - q^2 = p_2$$

$$s^3 - q^3 = p_3$$

$$s^4 - q^4 = p_4$$

.....

$$s^n - q^n = p_n$$

.....

Nous pouvons écrire :

$$s^1 - q^1 = s - q = p_1$$

$$s^2 - q^2 = (s - q) \cdot (s + q) = p_2$$

$$s^3 - q^3 = (s - q) \cdot (s^2 + s \cdot q + q^2) = p_3$$

$$s^4 - q^4 = (s - q) \cdot (s^3 + s^2 \cdot q + s \cdot q^2 + q^3) = p_4$$

$$\dots\dots\dots s^n - q^n = (s - q).(s^{n-1} + s^{n-2}.q + s^{n-3}.q^2 + \dots + s.q^{n-2} + q^{n-1}) = p_n \quad (18)$$

$\dots\dots\dots$
Vu que s et q sont des nombres naturels et que $s - q = p_1 > 0$, suit:
 $0 < p_1 < p_2 < p_3 < p_4 < \dots < p_n \dots$

Théorème 2.2

**Si pour les nombre naturels (a, b, c) pour $n = 2$ est vrai $c^n - (a^n + b^n) = 0$,
Avec l'augmentation de la valeur de n à partir de 2 vers l'infini, la différence
 $c^n - (a^n + b^n)$ augmente de 0 vers l'infini.**

Preuve :

Si dans (18) nous déposons $s = c$ et $q = a$, pour un grade $n - 2$ nous recevrons :
 $c^{n-2} - a^{n-2} = (c - a).(c^{n-3} + c^{n-4}.a + c^{n-5}.a^2 + \dots + c.a^{n-4} + a^{n-3}) = p_{an}$ (19)

Si dans (18) nous déposons $s = c$ et $q = b$, pour un grade $n - 2$ nous recevrons :
 $c^{n-2} - b^{n-2} = (c - b).(c^{n-3} + c^{n-4}.b + c^{n-5}.b^2 + \dots + c.b^{n-4} + b^{n-3}) = p_{bn}$ (20)

Multiplier les deux côtés de (19) par a^2 et les deux côtés de (20) par b^2 , et recevoir
 $a^2.c^{n-2} - a^2.a^{n-2} = a^2.p_{an}$ (21)

$b^2.c^{n-2} - b^2.b^{n-2} = b^2.p_{bn}$ (22)

Additionner les deux côtés des (21) et (22), pour recevoir

$$a^2.c^{n-2} + b^2.c^{n-2} - (a^2.a^{n-2} + b^2.b^{n-2}) = a^2.p_{an} + b^2.p_{bn}$$

$$c^{n-2}.(a^2 + b^2) - (a^n + b^n) = a^2.p_{an} + b^2.p_{bn}$$

Vu que par définition l'équation $a^2 + b^2 = c^2$ est vrai, suit

$$c^{n-2}.c^2 - (a^n + b^n) = a^2.p_{an} + b^2.p_{bn}$$

$$c^n - (a^n + b^n) = a^2.p_{an} + b^2.p_{bn}$$

Selon la Lemme 2.1, les valeurs p_{an} et p_{bn} augmentent quand le n augment et il en résulte qu'avec l'augmentation de la valeur de n de $n = 2$ vers l'infini, la différence $c^n - (a^n + b^n)$ augmente de la valeur initiale de 0 vers l'infini.

Théorème 2.3

Si pour $n = 2$ est vrai $a^n + b^n = c^n$, il suit :

- Pour $n > 2$ est vrai $a^n + b^n < c^n$.
- Pour $n < 2$ est vrai $a^n + b^n > c^n$.
- Pour $n > 2$ et $n < 2$ n'est pas vrai $a^n + b^n = c^n$.

Preuve :

Conformément au *Théorème 2.1*, si pour $n = 2$ est vrai $a^n + b^n = c^n$, quand le n augmente (pour $n > 2$) est vrai $a^n + b^n < c^n$, mais $a^n + b^n = c^n$ n'est pas vrai. Dans ce cas, entre n et $c^n - (a^n + b^n)$ une corrélation mutuelle univoque existe qui se traduit par la fonction $f(n) = c^n - (a^n + b^n)$.

Pour $n < 2$ une seule valeur est possible pour n ($n = 1$), à laquelle correspond une seule valeur de la fonction, soit $f(1) = c^1 - (a^1 + b^1)$.

Pour $n = 2$ une seule valeur de la fonction est possible, soit $f(2) = c^2 - (a^2 + b^2)$.

Exemple:

$$3^1 + 4^1 > 5^1 \text{ et } 5^1 - (3^1 + 4^1) = -2$$

$$3^2 + 4^2 = 5^2 \text{ et } 5^2 - (3^2 + 4^2) = 0$$

$$3^3 + 4^3 < 5^3 \text{ et } 5^3 - (3^3 + 4^3) = 34$$

$$3^4 + 4^4 < 5^4 \text{ et } 5^4 - (3^4 + 4^4) = 288$$

$\dots\dots\dots$

Jusqu'ici, nous avons examiné les nombres naturels (a, b, c) lorsque pour leurs deuxième degrés les dépendances $a^2 + b^2 < c^2$, $a^2 + b^2 = c^2$ sont vraies et nous avons prouvé que dans les deux cas:

- Pour $n > 2$ l'équation $a^n + b^n = c^n$ n'est pas vrai pour les nombres naturels (a, b, c).
- Entre n et $c^n - (a^n + b^n)$ existe une corrélation mutuelle univoque qui se traduit par la fonction $f(n) = c^n - (a^n + b^n)$.

CHAPITRE 3

POUR LES NOMBRES NATURELS (a, b, c) LA DEPENDANCE $a^2 + b^2 > c^2$ EST VRAIE

De la dépendance $a^2 + b^2 > c^2$ résultent 9 cas:

$$a^2 > c^2; b^2 > c^2$$

$$a^2 > c^2; b^2 < c^2$$

$$a^2 < c^2; b^2 > c^2$$

$$a^2 > c^2; b^2 = c^2$$

$$a^2 = c^2; b^2 > c^2$$

$$a^2 = c^2; b^2 < c^2$$

$$a^2 < c^2; b^2 = c^2$$

$$a^2 = c^2; b^2 = c^2$$

$$a^2 < c^2; b^2 < c^2$$

parmi lesquels:

- Le troisième cas est réduit au deuxième.
- Le cinquième cas est réduit au quatrième.
- Le septième cas est réduit au sixième.

Ils en restent 6 cas à explorer :

$$a^2 > c^2; b^2 > c^2$$

$$a^2 > c^2; b^2 < c^2$$

$$a^2 > c^2; b^2 = c^2$$

$$a^2 = c^2; b^2 < c^2$$

$$a^2 = c^2; b^2 = c^2$$

$$a^2 < c^2; b^2 < c^2$$

1^{er} cas:

$$a^2 + b^2 > c^2 \text{ et } a^2 > c^2; b^2 > c^2.$$

Théorème 3.1

Si a, b et c sont des nombres naturels pour lesquels est vrai $a^2 + b^2 > c^2$ et $a^2 > c^2; b^2 > c^2$, quand la valeur de n augmente, pour $n > 2$ est vrai $a^n + b^n > c^n$ mais $a^n + b^n = c^n$ n'est pas vrai .

Preuve:

De $a^2 > c^2; b^2 > c^2$ résulte: $a^{n-2} > c^{n-2}$, $b^{n-2} > c^{n-2}$, pour $n > 2$.

Multiplier les deux côtés de $a^2 + b^2 > c^2$ par c^{n-2} pour recevoir

$$a^2 \cdot c^{n-2} + b^2 \cdot c^{n-2} > c^2 \cdot c^{n-2}$$

(23)

Multiplier les deux côtés de $a^{n-2} > c^{n-2}$ par a^2 pour recevoir

$$a^2 \cdot a^{n-2} > a^2 \cdot c^{n-2}$$

Multiplier les deux côtés de $b^{n-2} > c^{n-2}$ par b^2 pour recevoir

$$b^2 \cdot b^{n-2} > b^2 \cdot c^{n-2}$$

vu que $a^2.a^{n-2} > a^2.c^{n-2}$ et $b^2.b^{n-2} > b^2.c^{n-2}$, remplacer dans (23), $a^2.c^{n-2}$ par $a^2.a^{n-2}$ et $b^2.c^{n-2}$ par $b^2.b^{n-2}$ pour intensifier

$$a^2.a^{n-2} + b^2.b^{n-2} > c^2.c^{n-2} \quad (24)$$

De (24) suit:

- pour $n > 2$ est vrai $a^n + b^n > c^n$.
- En augmentant le n , l'inéquation $a^n + b^n > c^n$ s'intensifie où à chaque valeur du n correspond une seule valeur de $c^n - (a^n + b^n)$.
- Pour $n > 2$ n'est pas vrai $a^n + b^n = c^n$.
- La corrélation mutuelle univoque entre n et $c^n - (a^n + b^n)$ est présentée par la fonction $f(n) = c^n - (a^n + b^n)$.

Exemple :

$$\begin{aligned} 4^2 + 5^2 &> 3^2 \text{ et } 3^2 - (4^2 + 5^2) = -32 \\ 4^3 + 5^3 &> 3^3 \text{ et } 3^3 - (4^3 + 5^3) = -164 \\ 4^4 + 5^4 &> 3^4 \text{ et } 3^4 - (4^4 + 5^4) = -800 \\ &\dots\dots\dots \end{aligned}$$

2^{ème} cas

$$a^2 + b^2 > c^2; a^2 > c^2; b^2 < c^2$$

Théorème 3.2

Si a, b et c sont des nombres naturels pour lesquels est vrai $a^2 + b^2 > c^2$; $a^2 > c^2$; $b^2 < c^2$, quand la valeur de n augmente, pour $n > 2$ est vrai $a^n + b^n > c^n$ mais $a^n + b^n = c^n$ n'est pas vrai.

Preuve :

De $a^2 > c^2$; $b^2 < c^2$ résulte: $a^{n-2} > c^{n-2}$, $b^{n-2} < c^{n-2}$, pour $n > 2$.

Multiplier les deux côtés de $a^2 + b^2 > c^2$ par c^{n-2} pour recevoir

$$a^2.c^{n-2} + b^2.c^{n-2} > c^2.c^{n-2} \quad (25)$$

Multiplier les deux côtés de $a^{n-2} > c^{n-2}$ par a^2 pour recevoir

$$a^2.a^{n-2} > a^2.c^{n-2}$$

Multiplier les deux côtés de $b^{n-2} < c^{n-2}$ par b^2 pour recevoir

$$b^2.b^{n-2} < b^2.c^{n-2}$$

$a^2.a^{n-2} > a^2.c^{n-2}$ (indépendamment de la valeur de $b^2.b^{n-2}$), remplacer dans (25), $a^2.c^{n-2}$ par

$a^2.a^{n-2}$ et $b^2.c^{n-2}$ par $b^2.b^{n-2}$ pour recevoir

$$a^2.a^{n-2} + b^2.b^{n-2} > c^2.c^{n-2} \quad (26)$$

de (26) résulte :

- pour $n > 2$ est vrai $a^n + b^n > c^n$.
- En augmentant la valeur de n , l'inéquation $a^n + b^n > c^n$ s'intensifie et à chaque valeur du n correspond une seule valeur de $c^n - (a^n + b^n)$.
- Pour $n > 2$ n'est pas vrai $a^n + b^n = c^n$.
- La corrélation mutuelle univoque entre n et $c^n - (a^n + b^n)$ est présentée par la fonction $f(n) = c^n - (a^n + b^n)$.

Exemple :

$$\begin{aligned} 7^2 + 3^2 &> 5^2 \text{ et } 5^2 - (7^2 + 3^2) = -34 \\ 7^3 + 3^3 &> 5^3 \text{ et } 5^3 - (7^3 + 3^3) = -245 \\ 7^4 + 3^4 &> 5^4 \text{ et } 5^4 - (7^4 + 3^4) = -1857 \\ &\dots\dots\dots \end{aligned}$$

3^{ème} cas

$$a^2 + b^2 > c^2; a^2 > c^2; b^2 = c^2$$

Théorème 3.3

Si a, b et c sont des nombres naturels pour lesquels est vrai $a^2 + b^2 > c^2$; $a^2 > c^2$; $b^2 = c^2$, quand la valeur de n augmente, pour $n > 2$ est vrai $a^n + b^n > c^n$ mais $a^n + b^n = c^n$ n'est pas vrai.

Preuve :

De $a^2 > c^2$; $b^2 = c^2$ résulte: $a^{n-2} > c^{n-2}$, $b^{n-2} = c^{n-2}$, pour $n > 2$.

Multiplier les deux côtés de $a^2 + b^2 > c^2$ par c^{n-2} pour recevoir

$$a^2 \cdot c^{n-2} + b^2 \cdot c^{n-2} > c^2 \cdot c^{n-2} \quad (27)$$

Multiplier les deux côtés de $a^{n-2} > c^{n-2}$ par a^2 pour recevoir

$$a^2 \cdot a^{n-2} > a^2 \cdot c^{n-2}$$

Multiplier les deux côtés de $b^{n-2} = c^{n-2}$ par b^2 pour recevoir

$$b^2 \cdot b^{n-2} = b^2 \cdot c^{n-2}$$

$a^2 \cdot a^{n-2} > a^2 \cdot c^{n-2}$ et $b^2 \cdot b^{n-2} = b^2 \cdot c^{n-2}$, remplacer dans (27), $a^2 \cdot c^{n-2}$ par $a^2 \cdot a^{n-2}$ et $b^2 \cdot c^{n-2}$ par

$b^2 \cdot b^{n-2}$ pour recevoir

$$a^2 \cdot a^{n-2} + b^2 \cdot b^{n-2} > c^2 \cdot c^{n-2} \quad (28)$$

De (28) résulte :

- pour $n > 2$ est vrai $a^n + b^n > c^n$.
- En augmentant le n , l'inéquation $a^n + b^n > c^n$ s'intensifie où à chaque valeur du n correspond une seule valeur de $c^n - (a^n + b^n)$.
- Pour $n > 2$ n'est pas vrai $a^n + b^n = c^n$.
- La corrélation mutuelle univoque entre n et $c^n - (a^n + b^n)$ est présentée par la fonction $f(n) = c^n - (a^n + b^n)$.

Exemple :

$$7^2 + 5^2 > 5^2 \text{ et } 5^2 - (7^2 + 5^2) = -49$$

$$7^3 + 5^3 > 5^3 \text{ et } 5^3 - (7^3 + 5^3) = -343$$

$$7^4 + 5^4 > 5^4 \text{ et } 5^4 - (7^4 + 5^4) = -2401$$

.....

4^{ème} cas

$$a^2 + b^2 > c^2; a^2 = c^2; b^2 < c^2$$

Théorème 3.4

Si a, b et c sont des nombres naturels pour lesquels est vrai $a^2 + b^2 > c^2$; $a^2 = c^2$; $b^2 < c^2$, quand la valeur de n augmente, pour $n > 2$ est vrai $a^n + b^n > c^n$ mais $a^n + b^n = c^n$ n'est pas vrai.

Preuve :

De $a^2 = c^2$; $b^2 < c^2$ résulte: $a^{n-2} = c^{n-2}$, $b^{n-2} < c^{n-2}$, pour $n > 2$.

Multiplier les deux côtés de $a^2 + b^2 > c^2$ par c^{n-2} et recevoir

$$a^2 \cdot c^{n-2} + b^2 \cdot c^{n-2} > c^2 \cdot c^{n-2} \quad (29)$$

Multiplier les deux côtés de $a^{n-2} = c^{n-2}$ par a^2 pour recevoir

$$a^2 \cdot a^{n-2} = a^2 \cdot c^{n-2}$$

Multiplier les deux côtés de $b^{n-2} < c^{n-2}$ par b^2 pour recevoir

$$b^2 \cdot b^{n-2} < b^2 \cdot c^{n-2}$$

$a^2 \cdot a^{n-2} = a^2 \cdot c^{n-2}$ et $b^2 \cdot b^{n-2} < b^2 \cdot c^{n-2}$, remplacer dans (29), $a^2 \cdot c^{n-2}$ par $a^2 \cdot a^{n-2}$ et $b^2 \cdot c^{n-2}$ par $b^2 \cdot b^{n-2}$

pour recevoir

$$a^2 \cdot a^{n-2} + b^2 \cdot b^{n-2} > c^2 \cdot c^{n-2} \quad (30)$$

De (30) résulte:

- pour $n > 2$ est vrai $a^n + b^n > c^n$.

- En augmentant le n , l'inéquation $a^n + b^n > c^n$ s'intensifie où à chaque valeur du n correspond une seule valeur de $c^n - (a^n + b^n)$.
- Pour $n > 2$ n'est pas vrai $a^n + b^n = c^n$.
- La corrélation mutuelle univoque entre n et $c^n - (a^n + b^n)$ est présentée par la fonction $f(n) = c^n - (a^n + b^n)$.

Exemple :

$$\begin{aligned} 5^2 + 7^2 &> 5^2 \text{ et } 5^2 - (5^2 + 7^2) = -49 \\ 5^3 + 7^3 &> 5^3 \text{ et } 5^3 - (5^3 + 7^3) = -343 \\ 5^4 + 7^4 &> 5^4 \text{ et } 5^4 - (5^4 + 7^4) = -2401 \end{aligned}$$

.....

5^{ème} cas

$$a^2 + b^2 > c^2; a^2 = c^2; b^2 = c^2$$

Théorème 3.5

Si a, b et c sont des nombres naturels pour lesquels est vrai $a^2 + b^2 > c^2; a^2 = c^2; b^2 = c^2$, quand la valeur de n augmente, pour $n > 2$ est vrai $a^n + b^n > c^n$ mais $a^n + b^n = c^n$ n'est pas vrai.

Preuve :

De $a^2 = c^2; b^2 = c^2$ résulte: $a^{n-2} = b^{n-2} = c^{n-2}$, pour $n > 2$.

Multiplier les deux côtés de $a^2 + b^2 > c^2$ par c^{n-2} pour recevoir

$$a^2 \cdot c^{n-2} + b^2 \cdot c^{n-2} > c^2 \cdot c^{n-2} \quad (31)$$

Multiplier les deux côtés de $a^{n-2} = c^{n-2}$ par a^2 pour recevoir

$$a^2 \cdot a^{n-2} = a^2 \cdot c^{n-2}$$

Multiplier les deux côtés de $b^{n-2} = c^{n-2}$ par b^2 pour recevoir

$$b^2 \cdot b^{n-2} = b^2 \cdot c^{n-2}$$

Remplacer dans (31), $a^2 \cdot c^{n-2}$ par $c^2 \cdot c^{n-2}$ et $b^2 \cdot c^{n-2}$ par $c^2 \cdot c^{n-2}$ pour intensifier le résultat

$$c^2 \cdot c^{n-2} + c^2 \cdot c^{n-2} > c^2 \cdot c^{n-2} \quad (32)$$

de (32) résulte:

- Pour $n > 2$ est vrai $a^n + b^n > c^n$.
- En augmentant le n , l'inéquation $a^n + b^n > c^n$ s'intensifie où à chaque valeur du n correspond une seule valeur de $c^n - (a^n + b^n)$.
- Pour $n > 2$ n'est pas vrai $a^n + b^n = c^n$.
- La corrélation mutuelle univoque entre n et $c^n - (a^n + b^n)$ est présentée par la fonction $f(n) = c^n - (a^n + b^n)$.

Exemple :

$$\begin{aligned} 5^2 + 5^2 &> 5^2 \text{ et } 5^2 - (5^2 + 5^2) = -25 \\ 5^3 + 5^3 &> 5^3 \text{ et } 5^3 - (5^3 + 5^3) = -125 \\ 5^4 + 5^4 &> 5^4 \text{ et } 5^4 - (5^4 + 5^4) = -625 \end{aligned}$$

.....

A la base des cinq cas explorés

$$a^2 > c^2; b^2 > c^2$$

$$a^2 > c^2; b^2 < c^2$$

$$a^2 > c^2; b^2 = c^2$$

$$a^2 = c^2; b^2 < c^2$$

$$a^2 = c^2; b^2 = c^2$$

sous condition $a^2 + b^2 > c^2$ il en résulte:

- Pour $n > 2$ est vrai $a^n + b^n > c^n$.

- Pour $n > 2$ n'est pas vrai $a^n + b^n = c^n$.
- En augmentant le n , la différence entre c^n et $a^n + b^n$ s'intensifie.
- Entre n et $c^n - (a^n + b^n)$ existe une corrélation mutuelle univoque qui est présentée par la fonction $f(n) = c^n - (a^n + b^n)$.

Il nous reste à explorer le sixième (dernier) cas qui est le plus particulier et nécessite plus d'attention.

6^{ème} cas:

$$a^2 + b^2 > c^2 \text{ et } a^2 < c^2; b^2 < c^2$$

Théorème 3.6

Si a, b et c sont des nombres naturels pour lesquels est vrai $a^2 + b^2 > c^2; a^2 < c^2; b^2 < c^2$, , quand la valeur de n augmente, pour $n > 2$ existe une valeur de n ($n = k$) :

- Pour $n \leq k$ est vrai $a^n + b^n > c^n$.
- Pour $n > k$ est vrai $a^n + b^n < c^n$.
- Pour $n = k$ n'est pas vrai $a^n + b^n = c^n$.
- La valeur de n ($n = k$) après laquelle l'inéquation $a^n + b^n > c^n$ change de direction, dépend des nombres naturels (a, b, c).

Preuve:

Conformément à la Lemme 2.1:

- Quand la valeur de n augmente, pour $n > 2$ la différence entre c^n et a^n augmente (c^n augmente plus rapidement que a^n).
- Quand la valeur de n augmente, pour $n > 2$ la différence entre c^n et b^n augmente (c^n augmente plus rapidement que b^n).

Cela signifie:

Quand la valeur de n augmente (sous la condition $a^2 + b^2 > c^2$ et $a^2 < c^2; b^2 < c^2$), ils existent une valeur de n ($n = k + 1$), avec laquelle l'inéquation $a^n + b^n > c^n$ change sa direction et devient $a^n + b^n < c^n$.

Exemple 1:

$$7^2 + 8^2 > 9^2 \text{ et } 9^2 - (7^2 + 8^2) = -32$$

$$7^3 + 8^3 > 9^3 \text{ et } 9^3 - (7^3 + 8^3) = -126$$

$$7^4 + 8^4 < 9^4 \text{ et } 9^4 - (7^4 + 8^4) = 64$$

$$7^5 + 8^5 < 9^5 \text{ et } 9^5 - (7^5 + 8^5) = 9474$$

$$7^6 + 8^6 < 9^6 \text{ et } 9^6 - (7^6 + 8^6) = 151648$$

.....

Il en résulte de cet exemple :

- $9^3 - (7^3 + 8^3) < 9^2 - (7^2 + 8^2)$.
- $9^4 - (7^4 + 8^4) < 9^5 - (7^5 + 8^5) < 9^6 - (7^6 + 8^6) < \dots$
- La valeur de n , après laquelle l'inéquation $7^n + 8^n > 9^n$ change de direction est $k = 3$.
- Pour $n > 3$ est vrai $7^n + 8^n < 9^n$.
- Pour $n > 3$, avec l'augmentation de la valeur de n , l'inéquation $7^n + 8^n < 9^n$ s'intensifie, et à chaque valeur de n correspond une seule valeur de $9^n - (7^n + 8^n)$.
- Pour $n > 3$ n'est pas vrai $7^n + 8^n = 9^n$.
- La corrélation mutuelle univoque entre n et $9^n - (7^n + 8^n)$ est présentée par la fonction $f(n) = 9^n - (7^n + 8^n)$.

Exemple 2:

$$19^2 + 20^2 > 21^2 \text{ et } 21^2 - (19^2 + 20^2) = -320$$

$$\begin{aligned}
19^3 + 20^3 &> 21^3 \text{ et } 21^3 - (19^3 + 20^3) = -5598 \\
19^4 + 20^4 &> 21^4 \text{ et } 21^4 - (19^4 + 20^4) = -95840 \\
19^5 + 20^5 &> 21^5 \text{ et } 21^5 - (19^5 + 20^5) = -1591998 \\
19^6 + 20^6 &> 21^6 \text{ et } 21^6 - (19^6 + 20^6) = -25279760 \\
19^7 + 20^7 &> 21^7 \text{ et } 21^7 - (19^7 + 20^7) = -372783198 \\
19^8 + 20^8 &> 21^8 \text{ et } 21^8 - (19^8 + 20^8) = -4760703680 \\
19^9 + 20^9 &> 21^9 \text{ et } 21^9 - (19^9 + 20^9) = -40407651198 \\
19^{10} + 20^{10} &< 21^{10} \text{ et } 21^{10} - (19^{10} + 20^{10}) = 308814720400 \\
19^{11} + 20^{11} &< 21^{11} \text{ et } 21^{11} - (19^{11} + 20^{11}) = 28987241644002 \\
19^{12} + 20^{12} &< 21^{12} \text{ et } 21^{12} - (19^{12} + 20^{12}) = 1046512592320480 \\
19^{13} + 20^{13} &< 21^{13} \text{ et } 21^{13} - (19^{13} + 20^{13}) = 30499394276862402
\end{aligned}$$

Il en résulte de cet exemple:

- $21^9 - (19^9 + 20^9) < 21^8 - (19^8 + 20^8) < 21^7 - (19^7 + 20^7) < 21^6 - (19^6 + 20^6) < 21^5 - (19^5 + 20^5) < 21^4 - (19^4 + 20^4) < 21^3 - (19^3 + 20^3) < 21^2 - (19^2 + 20^2)$
- $21^{10} - (19^{10} + 20^{10}) < 21^{11} - (19^{11} + 20^{11}) < 21^{12} - (19^{12} + 20^{12}) < 21^{13} - (19^{13} + 20^{13}) < \dots$
- La valeur de n , après laquelle l'inéquation $19^n + 20^n > 21^n$ change de direction est $k = 9$.
- pour $n > 9$ est vrai $19^n + 20^n < 21^n$.
- Pour $n > 9$, avec l'augmentation de la valeur de n , l'inéquation $19^n + 20^n < 21^n$ s'intensifie, et à chaque valeur de n correspond une seule valeur de $21^n - (19^n + 20^n)$.
- Pour $n > 9$ n'est pas vrai $19^n + 20^n = 21^n$.
- La corrélation mutuelle univoque entre n et $21^n - (19^n + 20^n)$ est présentée par la fonction $f(n) = 21^n - (19^n + 20^n)$.

A la base des deux exemples (et tous les autres exemples qui peuvent être explorés) nous pouvons conclure qu'avec l'augmentation de la valeur de n devant $a^2 + b^2 > c^2$ et $a^2 < c^2$; $b^2 < c^2$:

- l'inéquation $a^n + b^n > c^n$ (pour $n < k$) se transforme en $a^n + b^n < c^n$ (pour $n > k$), sans devenir une équation $a^n + b^n = c^n$ (pour $n = k$).
- Pour $n > k$ est vrai $a^n + b^n < c^n$.
- Pour $n \leq k$ est vrai $a^n + b^n > c^n$.
- La valeur de n ($n = k$), après laquelle l'inéquation $a^n + b^n > c^n$ change de direction, dépend du choix des nombres naturels (a, b, c).
- Entre n et $c^n - (a^n + b^n)$ existe une corrélation mutuelle unique, présentée par la fonction $f(n) = c^n - (a^n + b^n)$.

Nous avons exploré l'Inéquation $a^n + b^n < c^n$ en *Chapitre 1*.

Du *Théorème 1.1* et à la base des résultats ci-dessus, il suit:

- Pour $n > k$ est vrai $a^n + b^n < c^n$.
- Pour $n > k$, avec l'augmentation de la valeur de n , l'inéquation $a^n + b^n < c^n$ s'intensifie, et à chaque valeur de n correspond une seule valeur de $c^n - (a^n + b^n)$.
- Pour $n > k$ n'est pas vrai $a^n + b^n = c^n$.
- La corrélation mutuelle univoque entre n et $c^n - (a^n + b^n)$ est présentée par la fonction $f(n) = c^n - (a^n + b^n)$.

Il nous reste à explorer une dernière inéquation $a^n + b^n > c^n$, pour $n \leq k$.

De $a^2 + b^2 > c^2$ résulte:

$$c^2 - (a^2 + b^2) < 0$$

(33)

Multiplier les deux côtés de (33) par c pour recevoir

$$c^2 \cdot c - (a^2 \cdot c + b^2 \cdot c) < 0 \quad (34)$$

Il est vrai :

$$c^2 \cdot c - (a^2 \cdot c + b^2 \cdot c) < c^2 - (a^2 + b^2) < 0$$

de $a^2 < c^2$; $b^2 < c^2$ pour recevoir $a < c$; $b < c$.

Comme $a < c$; $b < c$ il résulte que $a^2 \cdot a < a^2 \cdot c$; $b^2 \cdot b < b^2 \cdot c$.

Remplacer dans (34) $a^2 \cdot c$ par $a^2 \cdot a$; $b^2 \cdot c$ par $b^2 \cdot b$, pour recevoir

$$c^2 \cdot c - (a^2 \cdot a + b^2 \cdot b) < 0 \quad (35)$$

De $a^2 \cdot a + b^2 \cdot b < a^2 \cdot c + b^2 \cdot c$ résulte

$$c^2 \cdot c - (a^2 \cdot a + b^2 \cdot b) < c^2 \cdot c - (a^2 \cdot c + b^2 \cdot c) < c^2 - (a^2 + b^2) < 0$$

$$c^3 - (a^3 + b^3) < c^2 - (a^2 + b^2)$$

De la même façon nous obtenons :

$$c^k - (a^k + b^k) < \dots < c^4 - (a^4 + b^4) < c^3 - (a^3 + b^3) < c^2 - (a^2 + b^2) < 0 \quad (36)$$

Quand la valeur de n augmente dans l'intervalle fermée $[2, k]$, la différence entre c^n et $a^n + b^n$ augmente aussi et il n'est pas possible d'obtenir une équation. Pour $n > k$ l'inéquation change de direction. Nous avons exploré ce cas et nous avons constaté qu'augmentant n par les valeurs de $n = k + 1$ jusqu'à l'infini, la différence entre c^n et $a^n + b^n$ s'agrandit et il est impossible d'obtenir une équation.

Vu qu'à chaque valeur de n pour $n \in [2, k]$ et $n > k$, correspond une seule valeur unique de $c^n - (a^n + b^n)$, il en résulte qu'entre n et $c^n - (a^n + b^n)$ existe une corrélation mutuelle unique, présentée par la fonction $f(n) = c^n - (a^n + b^n)$.

A la base de ces résultats pour $n > 2$ et $n < k + 1$, quand la valeur de n augmente, dans les conditions $a^2 + b^2 > c^2$ et $a^2 < c^2$; $b^2 < c^2$, il suit:

- L'inéquation $a^n + b^n > c^n$ (pour $n < k$) se transforme en l'inéquation $a^n + b^n < c^n$ (pour $n > k$), sans passer par l'équation $a^n + b^n = c^n$ (pour $n = k$).
- pour $n > k$ est vrai $a^n + b^n < c^n$.
- Pour $n \leq k$ est vrai $a^n + b^n > c^n$.
- La valeur de n ($n = k$), après laquelle l'inéquation $a^n + b^n > c^n$ change sa direction, dépend du choix des nombres naturels (a, b, c) . (il n'y a pas d'autre chose dans $c^n - (a^n + b^n)$, de laquelle pourrait dépendre la valeur de k).
- Entre n et $c^n - (a^n + b^n)$ existe une corrélation mutuelle univoque qui est présentée par la fonction $f(n) = c^n - (a^n + b^n)$.

Nous avons examiné les nombres naturels (a, b, c) , dans le cas où pour leurs deuxième valeurs sont vraies les dépendances $a^2 + b^2 < c^2$, $a^2 + b^2 = c^2$, $a^2 + b^2 > c^2$ et nous avons prouvé que dans tous les cas :

- pour $n > 2$, l'équation $a^n + b^n = c^n$ n'est pas vrai pour les nombres naturels (a, b, c) .
- Entre n et $c^n - (a^n + b^n)$ existe une corrélation mutuelle univoque qui est présentée par la fonction $f(n) = c^n - (a^n + b^n)$.

Conclusions:

- L'équation $a^n + b^n = c^n$ est vrai pour les nombres naturels (a, b, c) uniquement pour la valeur de $n = 2$.
- L''équation $a^n + b^n = c^n$ n'est pas vrai pour les nombres naturels (a, b, c) pour $n > 2$.

Par cela se termine la preuve la plus détaillée, la plus précise, la plus cohérente et la plus globale du *Dernier Théorème de Fermat*, éprouvée par les moyens mathématiques connus pendant la première moitié du 17^{ème} siècle.

CHAPITRE 4

PROUVER LE DERNIER THEOREME DE FERMAT SOUS CONDITION QUE POUR LES NOMBRES NATURELS (a, b, c) EST VRAIE LA FONCTION $f(n) = c^n - (a^n + b^n)$.

L'existence de la fonction $f(n) = c^n - (a^n + b^n)$ et de la corrélation mutuelle univoque entre n et $f(n)$ est évidente et ne nécessite pas de preuve.

Prouver la fonction $f(n) = c^n - (a^n + b^n)$ équivaut à prouver l'existence de la fonction $f(x) = a.x^2 + b.x + c$.

Toutefois, les éléments de preuve que nous avons fait dans les chapitres 1, 2 et 3 ont été nécessaires afin de se rendre compte de l'existence de la fonction $f(n) = c^n - (a^n + b^n)$ et de ses propriétés étonnantes. Ici, la variable c'est le n , et non les nombres naturels (a, b, c) .

Les nombres naturels (a, b, c) sont choisis au hasard. Lors de la modification de n , c'est la fonction $f(n)$ qui change, et non les nombres naturels (a, b, c) (l'argument est le n). En modifiant le n la fonction change, mais à chaque valeur de l'argument n correspond une seule valeur de la fonction $f(n)$, ainsi qu'à chaque valeur de la fonction $f(n)$ correspond une seule valeur unique de l'argument n .

Il est impossible et incorrect d'examiner la fonction $f(n) = c^n - (a^n + b^n)$ en tant qu'argument, ni l'argument n d'être examiner en tant que fonction.

Conclusions:

- Pour $n = 2$ existent des nombres naturels (a, b, c) , pour qui soit vrai $f(n) = 0$.
- Pour $n > 2$ n'existent pas de nombres naturels (a, b, c) , pour qui soit vrai $f(n) = 0$.

Dernier Théorème de Fermat

L'équation $a^n + b^n = c^n$ n'est pas vrai pour les nombres naturels (a, b, c) pour $n > 2$

Preuve:

Du fait que pour le $n = 2$ est vrai $f(2) = 0$ il en résulte que pour $n > 2$ ne peut pas être vrai $f(n) = 0$, car la corrélation mutuelle univoque entre n et $f(n)$ serait perturbée.

Il n'est pas possible, aux deux valeurs différentes de n ($n = 2$ et $n = k > 2$) de faire comparaître une même valeur de $f(n)$ ($f(2) = 0$ et $f(k) = 0$).

A une valeur de n peut être comparées des valeurs différentes de $f(n)$, uniquement sous réserve de faire modifier les valeurs des nombres naturels (a, b, c) .

Par cela, la preuve du *Dernier Théorème de Fermat* est complète.

Il est évident que **Pierre de Fermat n'avait pas menti en écrivant que la marge est trop étroite pour contenir la démonstration de son Théorème.**

CHAPITRE 5

CONCLUSION

Il s'est avéré que la preuve simple mentionnée par *Pierre de Fermat* existe.

Cela veut dire:

Pierre de Fermat n'avait pas menti, n'avait pas commis d'erreur, ni fantasmé, en écrivant d'avoir découvert une « démonstration véritablement merveilleuse » de son Théorème.

Encore plus:

Pierre de Fermat est le tout premier au monde à atteindre le phénomène de « fonction ».

La preuve du *Dernier Théorème de Fermat*, démontrée dans le présent ouvrage, nous permet de noter ce qui suit :

- La preuve du *Dernier Théorème de Fermat* peut être accompli en utilisant des connaissances mathématiques de la première moitié du 17^{ème} siècle, puisque le terme « fonction » peut être évité dans les réflexions ci-dessus.

- *Pierre de Fermat* était conscient que l'équation diophantienne $a^n + b^n = c^n$ pouvait être présentée comme une fonction, qui rend la preuve de son Théorème « **véritablement merveilleuse** ».

Il est possible que *Pierre de Fermat* n'ait pas publié sa preuve, car il souhaitait la lier au terme de « *fonction* », mais la démonstration est restée inédite, parce qu'il n'avait pas réussi à lui donner une définition appropriée jusqu'à la fin de sa vie.

De cette manière, nous espérons d'avoir réussi à protéger l'autorité de *Pierre de Fermat* et d'enlever tout doute en son génie, émergés après le travail d'Andrew Wiles, ainsi que l'affirmation propagée sur l'Internet que **seulement des gens médiocres et des ratés professionnels peuvent rechercher une preuve simple du *Dernier Théorème de Fermat***.

Ainsi, *Pierre de Fermat* a été placé à un niveau inférieur des gens médiocres, étant un maître par formation, et pourtant il avait cherché une pruve simple de son théorème et avait écrit « **J'en ai découvert une démonstration véritablement merveilleuse que cette marge est trop étroite pour contenir** ».

Nous, les gens ordinaires, devons apprendre à respecter le génie.

L'auteur exprime sa gratitude à:

Nenko IVANOV, Alexander IVANOV, Todor PENCHEV, Stefko BANEV qui, au cours des discussions préliminaires concernant ce travail, ont fait des commentaires utiles et ont contribué que ce travail soit accompli.

Bibliographie :

[1]. Wiles Andrew, *Modular Elliptic Curves and Fermat's Last Theorem*, *Annals of Mathematics*, 1995, 142 (3), 443 – 551.

[2]. Diophanti Alexandrini, *Arithmeticum*, 1621.

[3]. T. Heath, *Diophantus of Alexandria*, Cambridge University Press, 1910, reprinted by Dover, NY, 1964, 144-145.

[4]. Nigel Boston, *The Proof of Fermat's Last Theorem*, University of Wisconsin-Madison, 2003.